



УКРАЇНА

(19) UA (11) 37843 (13) U  
(51) МПК (2006)  
G01H 13/00МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ  
І НАУКИ УКРАЇНИДЕРЖАВНИЙ ДЕПАРТАМЕНТ  
ІНТЕЛЕКТУАЛЬНОЇ  
ВЛАСНОСТІОПИС  
ДО ПАТЕНТУ  
НА КОРИСНУ МОДЕЛЬвидається під  
відповідальність  
власника  
патенту

## (54) СПОСІБ ВИЗНАЧЕННЯ РЕЗОНАНСНИХ ЧАСТОТ ЕЛЕМЕНТІВ КОНСТРУКЦІЇ

1

2

(21) u200808886

(22) 07.07.2008

(24) 10.12.2008

(46) 10.12.2008, Бюл.№ 23, 2008 р.

(72) ПУЗЬКО ІГОР ДАНИЛОВИЧ, UA

(73) СУМСЬКИЙ ДЕРЖАВНИЙ УНІВЕРСИТЕТ, UA

(57) Спосіб визначення резонансних частот елементів конструкції, відповідно до якого два рази діють на випробувану конструкцію збуджувальними коливаннями однієї постійної амплітуди  $F_{a1}$  і змінної частоти  $\omega$ , при кожному збудженні вимірюють різницю фаз між збуджувальними коливаннями і коливаннями елемента конструкції, фіксують частоти  $\omega_{1(1)}$ ,  $\omega_{1(2)}$ , на яких коливання елемента конструкції відстають від збуджувальних коливань на  $\pi/2$ , перший раз змінюють частоту сигналу збуджувальних коливань з першою постійною швидкістю  $V_1$  розгортки частоти, після досягнення різниці фаз між збуджувальними коливаннями і коливанням елемента конструкції величини  $\pi/2$ , повторюють розгортку частоти сигналу збуджувальної дії з другою постійною швидкістю  $V_2$  розгортки частоти, який відрізняється тим, що одночасно з фіксацією частот  $\omega_{1(1)}$ ,  $\omega_{1(2)}$  фіксують значення максимумів  $Y_{1(1)}$ ,  $Y_{1(2)}$  обвідних напів-

розмахів коливань динамічних резонансних піків відповідно, зменшують (збільшують) величину постійної амплітуди сигналу збуджувальної дії до значення  $F_{a2}$  і знову повторюють два режими розгортки частоти сигналу збуджувальної дії з різними постійними швидкостями  $V_1, V_2$  розгортки частоти, фіксують частоти  $\omega_{2(1)}$ ,  $\omega_{2(2)}$ , на яких коливання елемента конструкції відстають від збуджувальних коливань на величину  $\pi/2$ , і значення максимумів  $Y_{2(1)}$ ,  $Y_{2(2)}$  обвідних напіврозмахів коливань динамічних резонансних піків на частотах  $\omega_{2(1)}$ ,  $\omega_{2(2)}$  відповідно, визначають частоти  $\omega_{01}$ ,  $\omega_{02}$  максимумів і значення максимумів  $Y_{0(1)}$ ,  $Y_{0(2)}$  обвідних напіврозмахів коливань статичних резонансних піків, що відповідають частотам  $\omega_{01}$ ,  $\omega_{02}$ , причому значення резонансної частоти  $\omega_0$  елемента з гістерезисним розсіюванням енергії визначають по співвідношенню:

$$\omega_0 = (\omega_{02} Y_{0(1)} - \omega_{01} Y_{0(2)}) (Y_{0(1)} - Y_{0(2)})^{-1},$$

де

$$\omega_{01} = (\omega_{1(1)} V_2 - \omega_{1(2)} V_1) (V_2 - V_1)^{-1}, \quad \omega_{02} = (\omega_{2(1)} V_2 - \omega_{2(2)} V_1) (V_2 - V_1)^{-1},$$

$$Y_{0(1)} = (Y_{1(1)} V_2^2 - Y_{1(2)} V_1^2) (V_2^2 - V_1^2)^{-1}, \quad Y_{0(2)} = (Y_{2(1)} V_2^2 - Y_{2(2)} V_1^2) (V_2^2 - V_1^2)^{-1}.$$

Корисна модель відноситься до області техніки дослідження динамічних характеристик елементів випробуваних конструкцій і може бути застосована в галузях машинобудування, авіаційної, космічної техніки при проведенні випробувань на віброміцність, вібростійкість, вібронадійність при визначенні резонансних частот коливань лінійних і нелінійних резонансних систем.

Відомий спосіб визначення резонансної частоти елемента випробуваної конструкції, згідно з яким два рази діють на конструкцію збуджувальними коливаннями сигналу змінної частоти, при кожній дії вимірюють різницю фаз між збуджувальними коливаннями і коливаннями резонуючого елемента конструкції і фіксують частоту, на якій різниця фаз дорівнює  $\pi/2$ , а значення резонансної частоти визначають із наведеного співвідношення [див. ав. св. СРСР №1254310, М. кл. G01H 1/00, 1986].

Недоліком даного способу є обмежена область використання, що обумовлена відсутністю можливості врахування гістерезисного розсіювання енергії в матеріалі елементів випробуваної конструкції при визначенні резонансних частот.

За прототип вибрано спосіб визначення резонансної частоти елементів конструкції, по якому два рази діють на випробувану конструкцію збуджувальними коливаннями постійної амплітуди і змінної із постійною швидкістю  $V_1$  частоти в бік її збільшення, фіксують першу частоту  $\omega_1$  на якій різниця фаз між збуджувальними коливаннями і коливаннями елемента конструкції дорівнює  $\pi/2$ , після фіксації частоти  $\omega_1$  повторно діють на конструкцію збуджувальними коливаннями з постійною незмінною амплітудою і іншою постійною швидкістю  $V_2$  ( $V_2 > V_1$ ) зміни частоти в бік її збільшення і знову фіксують частоту  $\omega_2$ , на якій різниця фаз між збуджувальними коливаннями і коливаннями

(13) U

(11) 37843

(19) UA

елемента конструкції дорівнює  $\pi/2$ , а значення резонансної частоти визначають із наведеного співвідношення:  $\omega_0 = (\omega_1 V_2 - \omega_2 V_1)(V_2 - V_1)^{-1}$ , де  $\omega_1, \omega_2$  - перша і друга частоти, на яких коливання елемента випробуваної конструкції відстають від коливань збуджувальної дії на величину  $\pi/2$  [див. ав. св. СРСР №1633294, М. кл. G01H 13/00, 1991].

Недоліком відомого способу є обмежена область використання, що пояснюється відсутністю можливості врахування наявності гістерезисного розсіяння енергії в матеріалі елементів випробуваної конструкції при визначенні їх резонансних частот.

В основу корисної моделі поставлене завдання удосконалення способу визначення резонансної частоти елемента випробуваної конструкції, в якому за рахунок забезпечення можливості визначення резонансної частоти елемента при наявності процесу гістерезисного розсіяння енергії в матеріалі розширюються функціональні можливості способу.

Поставлене завдання вирішується тим, що у відомому способі, відповідно до якого два рази діють на випробувану конструкцію збуджувальними коливаннями однієї постійної амплітуди  $F_{a1}$  і змінної частоти  $\omega$ , при кожному збудженні вимірюють різницю фаз між збуджувальними коливаннями і коливаннями елемента конструкції, фіксують частоти  $\omega_{1(1)}, \omega_{1(2)}$ , на яких коливання елемента конструкції відстають від збуджувальних коливань на  $\pi/2$ , перший раз змінюють частоту сигналу збуджувальних коливань з першою постійною швидкістю  $V_1$  розгортки частоти, після досягнення різниці фаз між збуджувальними коливаннями і коливаннями елемента конструкції величини  $\pi/2$ , повторюють розгортку частоти сигналу збуджувальної дії з другою постійною швидкістю  $V_2$  розгортки частоти, згідно з корисною моделлю, одночасно з фіксацією частот  $\omega_{1(1)}, \omega_{1(2)}$ , фіксують значення максимумів  $Y_{1(1)}, Y_{1(2)}$  обвідних напіврозмахів коливань динамічних резонансних піків відповідно, зменшують (збільшують) величину постійної амплітуди сигналу збуджувальної дії до значення  $F_{a2}$  і знову повторюють два режими розгортки частоти сигналу збуджувальної дії з різними постійними швидкостями  $V_1, V_2$  розгортки частоти, фіксують частоти  $\omega_{2(1)}, \omega_{2(2)}$ , на яких коливання елемента конструкції відстають від збуджувальних коливань на величину  $\pi/2$ , і значення максимумів  $Y_{2(1)}, Y_{2(2)}$  обвідних напіврозмахів коливань динамічних резонансних піків на частотах відповідно, визначають частоти  $\omega_{01}, \omega_{02}$  максимумів і значення максимумів  $Y_{0(1)}, Y_{0(2)}$  обвідних напіврозмахів коливань статичних резонансних піків, що відповідають частотам  $\omega_{01}, \omega_{02}$ , причому значення резонансної частоти  $\omega_0$  елемента з гістерезисним розсіянням енергії визначають по співвідношенню:

$$\omega_0 = (\omega_{02} Y_{0(1)} - \omega_{01} Y_{0(2)}) (Y_{0(1)} - Y_{0(2)})^{-1}, \text{ де}$$

$$\omega_{01} = (\omega_{1(1)} Y_2 - \omega_{1(2)} Y_1) (Y_2 - Y_1)^{-1}, \quad \omega_{02} = (\omega_{2(1)} Y_2 - \omega_{2(2)} Y_1) (Y_2 - Y_1)^{-1},$$

$$Y_{0(1)} = (Y_{1(1)} V_2^2 - Y_{1(2)} V_1^2) (V_2^2 - V_1^2)^{-1}, \quad Y_{0(2)} = (Y_{2(1)} V_2^2 - Y_{2(2)} V_1^2) (V_2^2 - V_1^2)^{-1},$$

$\omega_{1(1)}, \omega_{1(2)}$  - значення частот максимумів обвідних напіврозмахів коливань динамічних резонансних піків при швидкостях  $V_1, V_2$  розгортки частоти сигналу збуджувальної дії відповідно і першому амплітудному значенню  $F_{a1}$  цього сигналу;

$\omega_{2(1)}, \omega_{2(2)}$  - значення частот максимумів обвідних напіврозмахів коливань динамічних резонансних піків при швидкостях  $V_1, V_2$  розгортки частоти сигналу збуджувальної дії відповідно і другому амплітудному значенню  $F_{a2}$  цього сигналу;

$Y_{1(1)}, Y_{1(2)}, Y_{2(1)}, Y_{2(2)}$  - значення максимумів обвідних напіврозмахів коливань динамічних резонансних піків, які відповідають швидкостям  $V_1, V_2$  розгортки частоти сигналу збуджувальної дії при першому і другому амплітудним значенням  $F_{a1}, F_{a2}$  сигналу збуджувальної дії відповідно.

Застосування запропонованого способу разом з усіма суттєвими ознаками, включаючи відмінні, забезпечує визначення резонансної частоти елемента з резонансним розсіянням енергії і пояснюється це наступним.

На підставі теоретичних досліджень [див. книгу Харкевич А.А. Спектры и анализ, М.Физматгиз, 1962.-С. 137-143] отримано наближене аналітичне співвідношення:

$$S = 2 \cdot 4VQ^2 / \omega_0^2, \quad (1)$$

де  $S$  - узагальнене розгалуження, що відповідає зміщенню по частоті максимуму обвідної напіврозмахів коливань динамічного резонансного піка відносно максимуму статичного резонансного піка при швидкості  $V$  розгортки частоти;

$Q$  - добротність коливальної системи (добротність статичного резонансного піку).

$\omega_0$  - резонансна частота статичного резонансного піка.

Приймаючи до уваги вираз для узагальненого розгалуження:

$$S = [2(\omega - \omega_0) / \omega_0] Q, \quad (2)$$

де  $\omega$  - поточна частота, на підставі (1), (2) отримаємо таке аналітичне співвідношення

$$\omega = \omega_0 \pm 4QV / \omega_0. \quad (3)$$

При реалізації двох режимів розгортки частоти  $\omega$  по лінійному закону із постійними швидкостями  $V_1, V_2$  із (3) отримаємо систему двох рівнянь (при умові  $Q = \text{const}, \omega_0 = \text{const}$ )

$$\omega_1 = \omega_0 + 4QV_1 \omega_0^{-1}, \quad (4)$$

$$\omega_2 = \omega_0 + 4QV_2 \omega_0^{-1},$$

де  $\omega_1, \omega_2$  значення частот максимумів обвідних напіврозмахів коливань для першого та другого режимів розгортки частоти відповідно.

Із системи (4) рівнянь отримаємо аналітичне співвідношення для визначення резонансної частоти  $\omega_0$ :

$$\omega_0 = (\omega_1 V_2 - \omega_2 V_1) (V_2 - V_1)^{-1}. \quad (5)$$

На підставі теоретичних досліджень [див. книгу Харкевич А.А. Спектры и анализ, М.Физматгиз, 1962.-С. 137-143] отримано також наближене аналітичне співвідношення для визначення зміни  $\Delta Y = Y_0 - Y$  значення максимуму  $Y$  обвідної напів-

розмахів коливань динамічного резонансного піка по відношенню до максимуму  $Y_0$  статичного резонансного піка в залежності від швидкості розгортки частоти  $\omega$ :

$$\Delta Y = Y_0 - Y = (2VQ^2 \omega_0^{-2})^2, \quad (6)$$

$$\text{або } Y = Y_0 - (2VQ^2 \omega_0^{-2})^2. \quad (7)$$

При реалізації двох режимів розгортки частоти  $\omega$  по лінійному закону із постійними швидкостями  $V_1, V_2$  розгортки частоти із (7) отримаємо систему двох рівнянь (при умові  $Q = \text{const}$ ,  $\omega_0 = \text{const}$ ):

$$Y_1 = Y_0 - (2V_1Q^2 \omega_0^{-2})^2, \quad (8)$$

$$Y_2 = Y_0 - (2V_2Q^2 \omega_0^{-2})^2.$$

Із системи (8) рівнянь отримаємо аналітичне співвідношення для визначення  $Y_0$ :

$$Y_0 = (Y_1 V_2^2 - Y_2 V_1^2) / (V_2^2 - V_1^2)^{-1}. \quad (9)$$

Для резонансного піка при наявності гістерезисного розсіювання енергії в матеріалі елемента при значення амплітуди  $F_{a1}$  сигналу збуджувальної дії і

$$\begin{aligned} \omega_0 = & \{ V_1^2 [V_1(\omega_{1(2)} Y_{2(2)} - \omega_{2(2)} Y_{1(2)}) + V_2(\omega_{2(1)} Y_{1(2)} - \omega_{1(1)} Y_{2(2)})] + \\ & + V_2^2 [V_1(\omega_{2(2)} Y_{1(1)} - \omega_{1(2)} Y_{2(1)}) + V_2(\omega_{1(1)} Y_{2(1)} - \omega_{2(1)} Y_{1(1)})] \} \cdot \\ & \cdot (V_2 - V_1) [V_1^2 (Y_{1(2)} - Y_{2(2)}) + V_2^2 (Y_{2(1)} - Y_{1(1)})]^{-1}. \end{aligned} \quad (15)$$

На підставі співвідношень (14), (15) отримаємо новий алгоритм визначення резонансної частоти елемента конструкції при умові врахування гістерезисного розсіювання енергії в матеріалі елемента.

Новий алгоритм визначення резонансної частоти елемента випробуваної конструкції при умові врахування гістерезисного розсіювання енергії в матеріалі елемента полягає в практичній реалізації співвідношення (15), яке визначає величину резонансної частоти при реалізації чотирьох режимів розгортки частоти сигналу збуджувальної дії, а саме два одних режиму при постійній швидкості  $V_1$  розгортки частоти, з яких один режим відповідає одному значенню амплітуди  $F_{a1}$  сигналу збуджувальної дії, а другий режим - другому значенню амплітуди  $F_{a2}$  сигналу збуджувальної дії, а два других режиму при постійній швидкості  $V_2$  розгортки частоти, з яких один режим відповідає одному значенню амплітуди  $F_{a1}$  сигналу збуджувальної дії, а другий режим - другому значенню амплітуди  $F_{a2}$  сигналу збуджувальної дії.

Алгоритм може бути реалізованим на підставі виконання наступних операцій:

1) при реалізації режиму розгортки частоти сигналу збуджувальної дії з постійною швидкістю  $V_1$  розгортки і постійною амплітудою  $F_{a1}$  коливань фіксують і запам'ятовують частоту  $\omega_{1(1)}$ , максимуму обвідної напіврозмахів коливань динамічного резонансного піка і величину максимуму  $Y_{1(1)}$  обвідної напіврозмахів коливань динамічного резонансного піка;

2) при реалізації режиму розгортки частоти сигналу збуджувальної дії з постійною швидкістю  $V_1$  розгортки і постійною амплітудою  $F_{a2}$  коливань фіксують і запам'ятовують частоту  $\omega_{2(1)}$  максимуму обвідної напіврозмахів коливань динамічного резонансного піка і величину максимуму  $Y_{2(1)}$  обвідної напіврозмахів коливань динамічного резонансного піка;

при реалізації двох режимів розгортки частоти з швидкостями  $V_1, V_2$  розгортки на підставі (5), (9) отримаємо такі аналітичні співвідношення:

$$\omega_{01} = (\omega_{1(1)} Y_2 - \omega_{1(2)} Y_1) (Y_2 - Y_1)^{-1}, \quad (10)$$

$$Y_{0(1)} = (Y_{1(1)} V_2^2 - Y_{1(2)} V_1^2) (V_2^2 - V_1^2)^{-1}, \quad (11)$$

Для резонансного піка із гістерезисним розсіюванням енергії при значенні амплітуди  $F_{a2}$  сигналу збуджувальної дії і при реалізації двох режимів розгортки частоти з швидкостями  $V_1, V_2$  розгортки на підставі (5), (9) отримаємо такі аналітичні співвідношення:

$$\omega_{02} = (\omega_{2(1)} Y_2 - \omega_{2(2)} Y_1) (Y_2 - Y_1)^{-1}, \quad (12)$$

$$Y_{0(2)} = (Y_{2(1)} V_2^2 - Y_{2(2)} V_1^2) (V_2^2 - V_1^2)^{-1}, \quad (13)$$

На підставі (10), (11), (12), (13) отримаємо аналітичне співвідношення для визначення резонансної частоти  $\omega_0$

$$\omega_0 = (\omega_{01} V_{0(2)} - \omega_{02} Y_{0(1)}) (Y_{0(1)} - Y_{0(2)})^{-1} \quad (14)$$

дної напіврозмахів коливань динамічного резонансного піка;

3) при реалізації режиму розгортки частоти сигналу збуджувальної дії з постійною швидкістю  $V_2$  розгортки і постійною амплітудою  $F_{a1}$  коливань фіксують і запам'ятовують частоту  $\omega_{1(2)}$ , максимуму обвідної напіврозмахів коливань динамічного резонансного піка і величину максимуму  $Y_{1(2)}$  обвідної напіврозмахів коливань динамічного резонансного піка;

4) при реалізації режиму розгортки частоти сигналу збуджувальної дії з постійною швидкістю  $V_2$  розгортки і постійною амплітудою  $F_{a2}$  коливань фіксують і запам'ятовують частоту  $\omega_{2(2)}$  максимуму обвідної напіврозмахів коливань динамічного резонансного піка і величину максимуму  $Y_{2(2)}$  обвідної напіврозмахів коливань динамічного резонансного піка;

5) формують сигнали  $\omega_{01}$ ,  $Y_{0(1)}$ ,  $\omega_{02}$ ,  $Y_{0(2)}$ , які відповідають співвідношенням (10), (11), (12), (13);

6) формують сигнал, що відповідає співвідношенням (14), (15).

Застосування запропонованого алгоритму визначення резонансної частоти елементу випробуваної конструкції при умові врахування гістерезисного розсіювання енергії в матеріалі елемента призводить до розширення функціональних можливостей за рахунок розширення області застосування.

Новим в алгоритмі є формування чотирьох режимів частоти сигналу збуджувальної дії, два з яких призводять при одній швидкості  $V_1$  розгортки частота при двох різних амплітудах  $F_{a1}$ ,  $F_{a2}$  сигналу збуджувальної дії, два інших режиму розгортки частоти призводять при другій швидкості  $V_2$  розгортки при двох різних амплітудах  $F_{a1}$ ,  $F_{a2}$  сигналу збуджувальної дії.

Спосіб визначення резонансної частоти реалізують наступним чином.

1). Установлюють випробувану конструкцію на рухомій платформі вібростенда електродинамічного типу.

2). Установлюють амплітудне значення сигналу збуджувальної дії, що дорівнює величині  $F_{a1} = \text{const}$ , а сигнал формують у вигляді  $F_{a1}\sin(\omega(t)t)$ , частоту  $\omega(t)$  змінюють по лінійному закону з постійною швидкістю  $V_1$  розгортки, тобто  $\omega(t) = \omega_n + V_1 t$ , де  $\omega_n$  - початкове значення частоти  $\omega(t)$ ,  $t$  - поточний час. В цьому режимі фіксують і запам'ятовують частоту  $\omega_{1(1)}$  максимуму і величину  $Y_{1(1)}$  максимуму обвідної напіврозмахів коливань динамічного резонансного піка.

3). Установлюють значення частоти сигналу збуджувальної дії рівним  $\omega_n$ , а амплітудне значення  $F_{a1}$  змінюють до значення  $F_{a2}\text{const}$ ,  $F_{a2} > F_{a1}$ .

4). Повторно реалізують режим розгортки частоти сигналу  $F_{a2}\sin(\omega(t)t)$  збуджувальної дії з постійною швидкістю  $V_1$ . В цьому режимі фіксують і запам'ятовують частоту  $\omega_{2(1)}$  максимуму і величину  $Y_{2(1)}$  максимуму обвідної напіврозмахів коливань динамічного резонансного піка.

5). Після фіксації і запам'ятовування значень  $\omega_{2(1)}$ ,  $Y_{2(1)}$  знову установлюють частоту сигналу збуджувальної дії рівним  $\omega_n$ , а амплітудне значення рівним  $F_{a1}$ .

6). Реалізують режим розгортки частоти сигналу  $F_{a1}\sin(\omega(t)t)$  збуджувальної дії з постійною

швидкістю  $V_2 > V_1$  розгортки. В цьому режимі фіксують і запам'ятовують частоту  $\omega_{1(2)}$  максимуму і величину  $Y_{1(2)}$  максимуму обвідної напіврозмахів коливань динамічного резонансного піка.

7). Після фіксації і запам'ятовування значень  $\omega_{1(2)}$ ,  $Y_{1(2)}$  знову установлюють частоту сигналу збуджувальної дії рівним  $\omega_n$ , а амплітудне значення рівним  $F_{a2}$ .

8). Реалізують режим розгортки частоти сигналу  $F_{a2}\sin(\omega(t)t)$  збуджувальної дії з постійною швидкістю  $V_2$  розгортки. В цьому режимі фіксують і запам'ятовують частоту  $\omega_{2(2)}$  максимуму і величину  $Y_{2(2)}$  максимуму обвідної напіврозмахів коливань динамічного резонансного піка.

9). Формують сигнали  $\omega_{01}$ ,  $Y_{0(1)}$ ,  $\omega_{02}$ ,  $Y_{0(2)}$ , що визначаються аналітичними співвідношеннями (10), (11), (12), (13) за допомогою блоків множення, підсумовування, ділення.

10). Формують сигнал  $\omega$ , що визначається співвідношенням (14), (15) за допомогою блоків множення, підсумовування, ділення.

Таким чином, використання запропонованого способу розширює область його застосування при проведенні випробувань конструкції на віброміцність, вібронадійність та вібростійкість за рахунок забезпечення можливості визначення резонансної частоти елемента при наявності процесу гістерезисного розсіяння енергії.